

ΜΑΘΗΜΑ / ΤΑΞΗ:	ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ο.Π. / Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:	01 / 11 / 2025

ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ Α

A1. Αν $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ και $M(x, y)$ το μέσο του AB , να αποδείξετε ότι:

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} \text{ και } y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

(Μονάδες 10)

A2. Τι ονομάζουμε εσωτερικό γινόμενο δύο μη μηδενικών $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$; Πως το συμβολίζουμε;

(Μονάδες 5)

A3. Να χαρακτηρίσετε ως Σ (σωστή) ή Λ (λανθασμένη) καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις:

α. Υπάρχουν διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ και $\vec{\gamma}$ για τα οποία είναι $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = \lambda \vec{\gamma}$, όπου $\lambda \in \mathbb{R}$.

β. Δύο διανύσματα που είναι παράλληλα μεταξύ τους, είναι και ομόρροπα.

γ. Η γωνία των διανυσμάτων \vec{i} και $\vec{i} + \vec{j}$ είναι $\frac{\pi}{4}$.

δ. Αν $\lambda \vec{\alpha} = \mu \vec{\beta}$, τότε $\lambda = \mu$.

ε. Αν $\phi = 180^\circ$, όπου ϕ η γωνία που σχηματίζουν τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$, τότε τα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ είναι αντίθετα.

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται τα σημεία $A(0, 0)$, $B(2, 3)$ και $\Gamma(\lambda, 3)$.

B1. Να υπολογίσετε το μήκος του διανύσματος \overline{AB} .

(Μονάδες 5)

B2. Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\overline{B\Gamma}$.

(Μονάδες 5)

B3. Αν $M\left(2, \frac{3}{2}\right)$ είναι το μέσο της πλευράς AG , να βρείτε την τιμή του λ .

(Μονάδες 7)

B4. Για $\lambda = 4$ να βρείτε σημείο Δ για το οποίο το $AB\Gamma\Delta$ θα είναι παραλληλόγραμμο.

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται τα σημεία $A(-1,3)$, $B(2,0)$ και $\Gamma(x_1, y_1)$.

Γ1. Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος \overline{AB} .

(Μονάδες 6)

Γ2. Αν $\overline{A\Gamma} = (-2, 2)$, να βρείτε τις συντεταγμένες x_1 και y_1 του σημείου Γ .

(Μονάδες 6)

Έστω $\overline{AB} = (3, -3)$, $\Gamma(-3, 5)$ και σημείο $\Delta(3\alpha - 2, \alpha^2 + 4)$.

Γ3. Να εξετάσετε αν τα σημεία A , B και Γ αποτελούν κορυφές τριγώνου.

(Μονάδες 6)

Γ4. Να βρείτε την τιμή του α , ώστε για οποιοδήποτε σημείο M να ισχύει:

$$2\overline{A\Gamma} + \overline{MA} = \overline{MB} + 2\overline{AB} + \overline{B\Delta}.$$

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ Δ

Για τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ ισχύουν οι σχέσεις :

$$2\vec{\alpha} + 3\vec{\beta} = (4, -2) \text{ και } \vec{\alpha} - 3\vec{\beta} = (-7, 8)$$

Δ1. Να δείξετε ότι: $\vec{\alpha} = (-1, 2)$ και $\vec{\beta} = (2, -2)$.

(Μονάδες 8)

Δ2. Να βρεθεί ο θετικός πραγματικός αριθμός k ώστε για τα διανύσματα $\vec{v} = k\vec{\alpha} + \vec{\beta}$

και $\vec{u} = 2\vec{\alpha} + 3\vec{\beta}$ να ισχύει :

(i) $\vec{u} // \vec{v}$

(Μονάδες 5)

(ii) $|\vec{u} - \vec{v}| = \sqrt{13}$

(Μονάδες 5)

Δ3. Να γραφεί το διάνυσμα $\vec{\gamma} = -4\vec{i} + 8\vec{j}$ ως γραμμικός συνδυασμός των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.

(Μονάδες 7)